

# Worksheet: Modelar con funciones periódicas



En esta hoja de actividades, vamos a practicar cómo modelar situaciones del mundo real usando funciones periódicas.

## Q1:

Un peso fijado al extremo inferior de un muelle oscila según la función  $h(t)$ , de modo que el desplazamiento en cm del peso desde su punto de equilibrio viene dado por

$$h(t) = -5 \cos(60\pi t),$$

donde  $t$  es medido en segundos.

Halla la amplitud, el periodo y la frecuencia de las oscilaciones.

## Q2:

Un peso sujeto al extremo inferior de un muelle oscila según la función  $h(t)$ , de modo que el desplazamiento (en cm) del objeto desde su posición de equilibrio viene dado por

$$h(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right),$$

en la cual  $t$  se mide en segundos. Halla la amplitud, el periodo y la frecuencia de las oscilaciones.

## Q3:

Las oscilaciones de un peso sujeto al extremo inferior de un muelle son modeladas por la función  $h(t)$ , de modo que el desplazamiento, en centímetros, del peso desde su posición de equilibrio viene dada por la fórmula

$$h(t) = 11 \operatorname{sen}(12\pi t),$$

en la cual  $t$  se mide en segundos. Halla la amplitud, periodo y frecuencia del movimiento.

**Q4:**

La rueda giratoria de una atracción de feria tiene 20 m de diámetro. Una vuelta toma 6 minutos y consiste en una revolución completa, que empieza y termina en el punto más bajo. En este punto, los asientos están 2 m sobre el suelo. ¿Cuánto tiempo de la vuelta, en minutos y segundos, se pasa a más de 13 m sobre el suelo?

**Q5:**

Un muelle está fijo en un extremo y cuelga verticalmente. Su extremo inferior se estira 11 cm hacia abajo desde su posición de equilibrio y es entonces liberado. A partir de ese momento oscila 8 veces cada segundo pero con amplitud decreciente, de modo que a los 2 segundos la amplitud de las oscilaciones es 6 cm. ¿Cuánto tardará la amplitud de las oscilaciones en decrecer hasta 0,1 cm? Redondea la respuesta a una cifra decimal.

**Q6:**

En los 90 días de monzón, la precipitación diaria puede ser modelada por una función sinusoidal. Si la precipitación oscila entre un mínimo de 2 pulgadas del día 10 y las 12 pulgadas del día 55, ¿durante cuál periodo hay una precipitación superior a 10 pulgadas?

**Q7:**

Londres está en el hemisferio norte y el número de horas de luz del día cambia a lo largo del año. El December 21st hubo unas 7 horas y 49 minutos de luz del día, mientras que el June 21st hubo 16 horas and 38 minutos. ¿Cuál de las siguientes fórmulas modela mejor el número de horas de luz del día, si  $h$  es el número de horas de luz del día y  $d$  es el número de días desde el the first of January?

A  $h = 3 - 5 \cos\left(\frac{2\pi}{365}(d + 11)\right)$

B  $h = 24 - 3 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{365}(d - 7)\right)$

C  $h = 9 - 9 \operatorname{sen}\left(\frac{4\pi}{365}(d - 30)\right)$

D  $h = 12 - 4,4 \cos\left(\frac{2\pi}{365}(d + 11)\right)$

E  $h = 5 - 4 \operatorname{sen}\left(\frac{4\pi}{365}(d - 13)\right)$

**Q8:**

Sebastián y sus amigos dieron una vuelta en la Noria del Milenio de Londres. La vuelta duró 30 minutos. Cuando se subieron a la cabina, estaban a 15 m sobre el nivel del río Támesis. Dado que el diámetro de la rueda es 120 m, escribe una fórmula para la altura,  $h$ , de la cabina respecto al nivel del Támesis en función del tiempo  $t$  minutos, desde que la noria empezara a girar.

**Q9:**

La profundidad promedio del agua en un puerto pesquero es de 28 metros. Las mareas causan que la profundidad varíe de acuerdo con la fórmula  $S = 4 \operatorname{sen}(15t)^\circ + 28$ , siendo  $t$  el tiempo en horas a partir de la medianoche. ¿Cuántas veces en un día es la profundidad del agua 24 metros?

**Q10:** La fluctuación de la temperatura en Londres durante un día puede ser modelada usando una función sinusoidal.

▶  
Dado que la temperatura máxima, de  $21\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ocurrió a las 3 p. m., y la temperatura mínima, de  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ocurrió a las 3 a. m., escribe una expresión para la temperatura en función de  $t$ , el tiempo en horas transcurrido desde la medianoche.

▶  
Consecuentemente, halla la temperatura a las 7 p. m.

**Q11:**

Un muelle está fijo en su extremo superior y cuelga verticalmente. Su extremo inferior es estirado 10 cm hacia abajo desde su posición de equilibrio y es entonces liberado. Desde ese instante el extremo del muelle oscila 22 veces por segundo, pero a los 3 segundos su amplitud es 2 cm. ¿Cuánto tarda la amplitud en decrecer hasta 0,1 cm? Redondea las respuestas a tres cifras decimales.

**Q12:** Daniel y Teresa fueron a nadar en el mar a las 2 pm, cuando había marea alta. El cambio en la altura del agua con respecto al promedio anual está dado por,  $h = 5 \cos\left(\frac{4\pi}{25}t\right)$  donde  $t$  es el tiempo, en horas, después de la marea alta.

▶  
¿A qué hora es la siguiente marea alta?

▶  
¿A que hora será la marea alta en la tarde tres días después?

▶  
Quieren volver a la misma playa tres días más tarde, por la tarde, y quisieran que la altura del agua sea al menos 4 metros por encima del promedio anual de altura. ¿Entre qué horas deberían ir?

**Q13:**

La altura de un pistón,  $h$ , en pulgadas, está dada por la fórmula  $y = 2 \cos x + 5$ , en la cual  $x$  representa el ángulo del cigüeñal. Halla la altura del pistón cuando el ángulo del cigüeñal es  $55^{\circ}$ .

**Q14:**

El número de horas de luz en París depende de la época del año, y está modelado por la función  $d = 12 - 4 \cos\left(\frac{2\pi}{365}(t + 10)\right)$ , donde  $t$  es el número de días en un año (el primero de enero es el día 1). De acuerdo con este modelo, ¿En qué fecha(s) hay 10 horas de luz en París?

**Q15:**

La superficie de mar helado alrededor del Polo Sur fluctúa entre unos 18 millones de kilómetros cuadrados en September hasta los 3 millones de metros cuadrados en March. Asumiendo una fluctuación sinusoidal, determina el periodo en el que hay más de 15 millones de kilómetros cuadrados de mar helado. Redondea las fechas al día más próximo.