

Worksheet: Potencias de una matriz



En esta hoja de actividades, vamos a practicar cómo usar la multiplicación de matrices para determinar el cuadrado y el cubo de una matriz cuadrada.

Q1: Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$



Encuentra A^2 .



Calcula A^3 .

Q2:

Sabiendo que 1 y -1 son los valores propios de una matriz de $n \times n$ que posee una base completa de vectores propios, determina A^{12} .

Q3:

Halla $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}^{35}$ y, seguidamente, halla $\lim_{n \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}^n$.

Q4:

Sabiendo que O es la matriz nula de tamaño 3×3 , halla O^T .

Q5:

¿Cuál de las siguientes matrices representa una matriz A tal que $A^2 = I$ y sin embargo $A \neq I$ y $A \neq -I$?

A $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

B $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

C $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

D $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

E $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Q6:

¿Cuál de las siguientes igualdades es cierta para todo par de matrices cuadradas $n \times n$, A y B ?

A $A^2B^2 = A(AB)B$

B $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

C $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

D $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$

E $(AB)^2 = A^2B^2$

Q7:

Siendo

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 4 & -5 \end{pmatrix},$$

expresa A^2 como un múltiplo de A .

Q8:

Considera las matrices

$$X = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -6 \end{pmatrix}.$$

Determina $X^2 - Y^2$.