Worksheet: Aplicaciones de la integración indefinida.

En esta hoja de actividades, vamos a practicar cómo hallar la ecuación de una curva conociendo la función que describe la pendiente de su tangente.

Q1: Una curva pasa por $(0, 1)$ y la recta tangente en cada punto (x, y) tiene una pendiente de $6x\sqrt{8x^2 + 1}$. ¿Cuál es la ecuación de la curva?

A $y = \frac{3}{16}\left(8x^2 + 1\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{13}{16}$

B $y = \frac{1}{32}\left(8x^2 + 1\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{31}{32}$

C $y = \frac{1}{4}\left(8x^2 + 1\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{5}{4}$

D $y = \frac{1}{4}\left(8x^2 + 1\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{4}$

Q2: Una curva pasa por $(0, 1)$ y la recta tangente en cada punto (x, y) tiene una pendiente de $4x\sqrt{2x^2 + 9}$. ¿Cuál es la ecuación de la curva?

A $y = 2\left(2x^2 + 9\right)^{\frac{3}{2}} - 53$

B $y = \frac{1}{3}\left(2x^2 + 9\right)^{\frac{3}{2}} - 8$

C $y = \frac{2}{3}\left(2x^2 + 9\right)^{\frac{3}{2}} + 19$

D $y = \frac{2}{3}\left(2x^2 + 9\right)^{\frac{3}{2}} - 17$

Q3: La pendiente de la tangente a una curva en cada punto viene dada por $-\operatorname{sen} 6x + \cos 6x$. Sabiendo, además, que, en el intervalo $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$, la curva tiene un valor mínimo relativo de $-\frac{46\sqrt{2}}{9}$, halla la ecuación de la curva.

A $y = -\frac{1}{6}\operatorname{sen} 6x - \frac{1}{6}\cos 6x - \frac{89\sqrt{2}}{18}$

B $y = \frac{1}{6}\operatorname{sen} 6x + \frac{1}{6}\cos 6x - \frac{89\sqrt{2}}{18}$

C $y = \frac{1}{6}\operatorname{sen} 6x + \frac{1}{6}\cos 6x - \frac{95\sqrt{2}}{18}$

D $y = -\frac{1}{6}\operatorname{sen} 6x - \frac{1}{6}\cos 6x - \frac{95\sqrt{2}}{18}$

Q4: La pendiente en cada punto (x, y) de la gráfica de una función es $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -4\pi \operatorname{sen} \pi x + 5\pi \cos \pi x$. Halla la ecuación de la curva sabiendo que contiene el punto $(1, 2)$.

A $y = 5\operatorname{sen} \pi x + 4\cos \pi x + 6$

B $y = 5\operatorname{sen} \pi x + 4\cos \pi x - 2$

C $y = 5\pi\operatorname{sen} \pi x + 4\pi\cos \pi x + 6$

D $y = 5\operatorname{sen} \pi x - 4\cos \pi x + 6$

Q5: La segunda derivada de una función es $-27 \operatorname{sen} 3x + 8$. Sabiendo, además, que su gráfica pasa por $\left(\frac{\pi}{6}, -\frac{4\pi}{3} + \frac{\pi^2}{9} + 6\right)$ y que la pendiente de la tangente en este punto es $-8 + \frac{4\pi}{3}$, halla la ecuación de la función.

A $y = 4x^2 - 8x + 9 \operatorname{sen} 3x - 3$

B $y = 4x^2 - 8x + 3 \operatorname{sen} 3x + 3$

C $y = 4x^2 - 8x + 3 \operatorname{sen} 3x - 3$

D $y = 4x^2 - 8x + 9 \operatorname{sen} 3x + 3$

Q6: La pendiente en cada punto (x, y) de la gráfica de una función es $-3e^{6x}$. ¿Cuál es el valor de $f(-3)$, dado que $f(-5) = 9$?

A $9 - \frac{18}{e^{18}} + \frac{1}{2e^{30}}$

B $9 - \frac{18}{e^{3}} + \frac{1}{2e^{30}}$

C $9 - \frac{1}{2e^{3}} + \frac{1}{2e^{30}}$

D $9 - \frac{1}{2e^{18}} + \frac{1}{2e^{30}}$

Q7: Halla la ecuación de una curva sabiendo que la pendiente de su normal viene dada por $\sqrt{2x-2}$ y que la curva pasa por el punto $(1,6)$.

A $y = -\sqrt{2x-2} + 6$

B $y = 2\sqrt{2x-2} + 6$

C $y = -\frac{1}{4}\sqrt{2x-2} + 6$

D $y = \frac{1}{3}\sqrt{2x-2} + 6$

E $y = -\frac{1}{2}\sqrt{2x-2} + 6$

Q8: Halla la ecuación de la curva que pasa por el punto $(-2,1)$ sabiendo que la pendiente de su tangente viene dada por $-11x^2$.

A $y = -\frac{11}{3}x^3 + \mathrm{C}$

B $y = -\frac{11}{3}x^2 + \frac{47}{3}$

C $y = -\frac{11}{3}x^3 - \frac{85}{3}$

D $y = -11x^3 + 9$

Q9: De una curva se sabe que su pendiente viene dada por $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = x^2 + 3x - 18$ y que su valor máximo relativo es 21. Halla su valor mínimo relativo.

A Su valor mínimo relativo es $-100{,}5$.

B Su valor mínimo relativo es 4,5.

C Su valor mínimo relativo es 34,5.

D Su valor mínimo relativo es 48.