



ملف تدريبي: استخدام مبدأ الاستقراء الرياضي لإثبات صيغة التجميع

في هذا الملف التدريبي، سوف نتدرَّب على تطبيق مبدأ الاستقراء الرياضي لإثبات صيغة جمع.

س١: حاولت سالي إثبات صيغة المجموع

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{6} = \sum_{r=1}^n r^2$$

تحقَّقت من صحة الأساس، باعتبار أن

$$\frac{k(k+1)(k+2)}{6} = \sum_{r=1}^k r^2$$

وحاولت توضيح أن

$$\frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{6} = \sum_{r=1}^{k+1} r^2$$

تعلم سالي أنها تحتاج إلى التعبير عن $\sum_{r=1}^{k+1} r^2$ بدلالة افتراضها لـ $\sum_{r=1}^k r^2$ ، ولكنها لا تتذكَّر الطريقة جيِّدًا. حدِّد أيُّ من التالي صواب.

أ $2(1+k) + \frac{(1+k^2)(1+k)k}{6} = 2(1+k) + \sum_{r=1}^k r^2 = \sum_{r=1}^{k+1} r^2$

ب $2_1 + \frac{(1+k^2)(1+k)k}{6} = 2_1 + \sum_{r=1}^k r^2 = \sum_{r=1}^{k+1} r^2$

ج $2(k) + \frac{(1+k^2)(1+k)k}{6} = 2(k) + \sum_{r=1}^k r^2 = \sum_{r=1}^{k+1} r^2$

د $2(1+k) + \frac{(1+k^2)(1+k)k}{6} = 2(1+k) + \sum_{r=1}^k r^2 = \sum_{r=1}^{k+1} r^2$